

simboli (lettere), i quali formano un alfabeto $\{a, b, c, \dots, u, v, z\}$; 3) l'entropia massima è $H_{max} = \log_2(21) \cong 4.392$ bit per ogni lettera. Le probabilità p_m delle varie lettere sono *non uniformi*: i valori numerici, già rappresentati graficamente nella **Figura 9.3**, sono riportati nella **Tabella 9.2**. Se sostituiamo questi valori nella (9.3.3) otteniamo $H(S) = 3.962$ bit, che rappresenta l'effettiva entropia del testo italiano. Notiamo che $H(S)$ non è molto diversa da H_{max} perché le probabilità delle lettere assumono valori simili. In realtà, il modello del testo come uscita di una sorgente priva di memoria è molto approssimativo. La memoria, cioè la dipendenza reciproca tra lettere successive, è fondamentale: basti pensare che nel testo italiano non troviamo mai una lettera ripetuta tre volte e incontriamo abbastanza di rado una lettera ripetuta due volte. Un altro esempio di memoria riguarda la lettera q , che con altissima probabilità è seguita dalla lettera u , esclusa la sola eccezione della parola *soquadro* e così via.

Tabella 9.2 – Probabilità di presentazione delle lettere nei testi italiani.

s_m	a	b	c	d	e	f	g	h	i	l	m
p_m	0.1174	0.0092	0.0450	0.0373	0.1179	0.0095	0.0164	0.0154	0.1128	0.0651	0.0251
s_m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	z	
p_m	0.0688	0.0983	0.0305	0.0051	0.0637	0.0498	0.0562	0.0301	0.0210	0.0049	

Esempio 9.8

Restando nell'ambito del gioco d'azzardo, analizziamo il lancio contemporaneo di *due* dadi A e B, osservando, come risultato, la somma delle facce che i dadi presentano. Trattando questo valore (aleatorio) come una sorgente di informazione S , abbiamo un alfabeto contenente, come simboli, gli $M = 11$ valori numerici $\{s_1 = 2, s_2 = 3, \dots, s_{11} = 12\}$. Le probabilità di questi simboli sono non uniformi e possiamo calcolarle facilmente:

$$\begin{aligned}
 \Pr\{2\} &= \Pr\{\begin{smallmatrix} \square & \square \end{smallmatrix}\} = 1/36 = \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} = \Pr\{12\} \\
 \Pr\{3\} &= \Pr\{\begin{smallmatrix} \square & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \square \end{smallmatrix}\} = 2/36 = 1/18 \\
 &= \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} = \Pr\{11\} \\
 \Pr\{4\} &= \Pr\{\begin{smallmatrix} \square & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \square \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} = 3/36 = 1/12 \\
 &= \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} = \Pr\{10\} \\
 \Pr\{5\} &= \Pr\{\begin{smallmatrix} \square & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \square \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} = 4/36 = 1/9 \\
 &= \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} = \Pr\{9\} \\
 \Pr\{6\} &= \Pr\{\begin{smallmatrix} \square & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \square \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} = 5/36 \\
 &= \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} = \Pr\{8\} \\
 \Pr\{7\} &= \Pr\{\begin{smallmatrix} \square & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \square \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} \\
 &\quad + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} + \Pr\{\begin{smallmatrix} \blacksquare & \blacksquare \end{smallmatrix}\} = 6/36 = 1/6
 \end{aligned}$$

Sostituendo questi valori, elencati nella **Tabella 9.3**, nella (9.3.3), ricaviamo che l'entropia di questa sorgente S a 11 simboli è pari a $H(S) \cong 3.274 < H_{max} = \log_2(11) \cong 3.459$ bit.